

TD 3

Idées pour les fonctions récursives

Exercice 1 Quel est l'ordre de grandeur des solutions des suites de terme général :

- $T(n) = T(n/2) + \Theta(\log_2(n))$
- $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n \log_2(n))$

Exercice 2 Donner la complexité de l'algorithme suivant :

```
Fonction F(n) retourne entier
début
si n <= 1 retourne 1
sinon retourne F(n-1) + F(n-2)
fin
```

Montrer que par ce calcul $F \in \Omega(2^{n/2})$ et que $F \in O(2^n)$.

Exercice 3 À présent, quelle est la complexité en temps et en espace de :

```
Fonction F2(n) retourne entier
début
variable Tableau T[1..n] d'entier
T[1] = T[0] = 1
pour i de 2 à n faire
    T[i] = T[i-1] + T[i-2]
fin pour
retourne T[n]
fin
```

Exercice 4 Puis de :

```
fonction F3(n) retourne entier
début
variables a = b = 1
pour i de 2 à n faire
    c = a + b
    a = b
    b = c
fin pour
retourne c
```

Exercice 5 Considérons maintenant la version matricielle :

$$\begin{pmatrix} F_i \\ F_{i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{i-1} \\ F_{i-2} \end{pmatrix}$$

Que de vient la complexité dans ce cas ?